Revista de Filosofie Analitică
Volumul IV, 1°, Ianuarie-Iunie 2010, pp. 43-58

Despre virtuțile axiomatizării, ilustrate printr-un exemplu

Denis Vernant*
Universitatea Grenoble 2

Abstract: We consider the axiomatisation like an activity of formalisation and systematization of a particular theory. Thus, it appears like an *ars inveniendi*, a crucial stage in the knowledge process. The axiomatisation guarantees the abstraction, the generality, the systematicity and the ehaustivity of this process. In the same way, it permits to clarify a theory and to value the conceptual relevance of it. Conceived like a productive activity, the axiomatisation has many creative virtues.

Keywords: axiomatic, logical, pragmatic, knowledge, creativity.

«Wir haben Zeichen nöthig, nicht nur
unsere Meynung Andern anzudeuten,
sondern auch unsern Gedanken selbst zu
helfen».
LEIBNIZ

Începând cu Euclid, axiomatica a fost gândită în primul rând ca un mod de prezentare a unui sistem deductiv formal, logic sau matematic.

Prin urmare, am dori să ne referim mai puțin asupra descrierii axiomaticii ca produs şi să ne orientăm mai mult asupra operației de axiomatizare, înțeleasă ca o activitate productivă, căreia merită să-i semnalăm virtuțile creatoare. Ne vom ocupa deci cu caracterizarea axiomaticii înainte de a defini ceea ce este o teorie axiomatizată. În fine, vom propune exemplul axiomaticii actelor „veridicționale" în câmpul filosofiei limbajului pentru a ilustra virtuțile axiomatizării înțeleasă ca etapă crucială în procesul de cunoaştere.

* Denis Vernant este profesor de filosofie la Universitatea Grenoble 2, unde conduce centrul de cercetare *Filosofie, Limbaje & Cogniție* (PLC). Lucrările sale sunt orientate către logică, filosofia limbajului, pragmatica dialogului şi praxeologie.

ISSN: 1843-9969 | http://www.srfa.ro/rfa/pdf/rfa-IV-1-vernant.pdf

1. Axiomatizarea

Este important mai întâi să delimităm principalele funcții ale activității de axiomatizare. În mod schematic, acestea se regăsesc la trei niveluri: al expresiei, al conținutului şi al controlului.

1.1. Expresia

Prima chestiune este aceea a conceptualizării, a ceea ce se prezintă mai întâi sub o formă pre-sistematică, a noțiunilor vagi încărcate de conotații uzuale.[1] Operațiile inițiale sunt în acest caz cele de abstracție şi de generalizare. În planul expresiei, este vorba de a *explicita* ceea ce putea să rămână implicit; de a *caracteriza* printr-un simbol univoc ceea ce ar putea să semnifice în mod ambigu; în fine de a *formaliza* în mod riguros ceea ce ar putea să se sprijine în mod nepermis pe un conținut empiric.

În termeni leibnizieni, este vorba de a construi o *Characteristica Universalis* care să substituie "caractere în locul lucrurilor pentru a debarasa imaginația".[2] Aceste "caractere" sunt simboluri formale al căror sens se rezumă la manipularea lor logică şi care nu mai păstrează semnificațiile concrete ale noțiunilor de origine.

O astfel de exigență, care este acceptată în prezent, presupune totuşi o disciplină conceptuală, care în geometrie de exemplu nu a putut să fie realizată decât la sfârşitul secolului al XIX-lea, printr-o axiomatizare care a rectificat în mod sever tradiția euclidiană.[3]

[1] Din punct de vedere metodologic, distingem noțiunea, conceptul şi simbolul. De exemplu, *noțiunea* de aserțiune, atestată în franceză în secolul al XII-lea, puțin utilizată în prezent, acoperă parțial sensul de afirmație cu care este adesea confundată. În schimb, *conceptul* de aserțiune posedă o semnificație precis determinată de o teorie particulară. Prin urmare, nu trebuie confundat conceptul logic de aserțiune, aşa cum a fost el utilizat de Frege şi de Russell, cu cel al teoriei pragmatice contemporane, *cf.* articolul nostru: «The Limits of a Logical Treatment of Assertion», în *Logic, Thought and Action*, D. Vanderveken (ed.), Springer, 2005, Cap. 13, pp. 267-287. Cât despre *simbolul* formal, acesta nu are sens decât într-o axiomatică; aşa se întâmplă cu simbolul A în cadrul axiomaticii noastre a actelor veridicționale, *cf.* infra. (Se distinge simbolul de diversele sale ocurențe inscripționale concrete.)

[2] Leibniz, *De la méthode de l'universalité,* (către 1674) § 4, in *Die Philosophischen Schriften von G. W. Leibniz*, Ed. Gerhardt, Berlin, 1875-1890, V. 10.

[3] Prima axiomatizare riguroasă a geometriei, care nu reținea decât patru idei primitive, a fost cea a lui Moritz Pasch, *Vorlesungen über neuere Geometrie*, Leibzig, 1882. Vezi de asemenea David Hilbert, *Grundlagen der Geometrie*, Leibzig, Gauss-Weber Festschrift, 1899; trad. fr. P. Rossier, *Les Fondements de la géométrie*, Paris, J. Gabay, 1997. A fost astfel criticată recurgerea subterană la ipoteze implicite şi la utilizarea figurilor. De unde şi critica violentă a lui Russell: "nu-i altceva decât un scandal că se mai predă încă elevilor din Anglia. O carte ar trebui să fie inteligibilă sau exactă. Este imposibil să se combine ambele, însă lipsa ambelor este nedemnă de locul ocupat de Euclid în învățământ", trad. fr. I. Vezeanu, cap. V, *Mysticisme et logique*, Paris, Vrin, 2007 p. 102.

1.2. Conținutul

Planul conținutului – legat în mod organic de cel precedent – este acela al structurării logice a conceptelor. Acesta pretinde o *analiză* a conceptelor complexe şi de asemenea o *deducere* a relațiilor acestora. Astfel, el corespunde acelui *calculus ratiocinator* leibnizian. Procesul care are loc este dublu, acela al unei inventivități conceptuale şi al unei sistematizări a relațiilor.

Plecând de la un mic număr de idei primitive, trebuie scoase în evidență modalitățile de naştere definitorie a conceptelor derivate. De asemenea, este vorba de a alege inițial propozițiile primitive care guvernează legăturile logice între conceptele primitive (şi constituie astfel o definiție implicită) şi de a deduce propoziții admise ca teoreme.

Posedând o valoare puternică de cercetare, o astfel de activitate de axiomatizare impune aproape în mod mecanic considerarea *tuturor* aspectelor unui concept ca şi a *tuturor* relațiilor interconceptuale posible din punct de vedere logic. Ea funcționează ca un instrument prețios de *analiză logică*.

Eu trec prin nişte faze dintre care prima ar fi aceea de a observa ceva cu ochiul liber, iar ultima ar fi aceea de a-l observa cu microscopul. Constat că atenția scoate în evidență diviziuni şi distincții acolo unde nimic nu era vizibil, tot la fel cum printr-un microscop se pot observa într-o apă impură bacili care nu erau discernabili cu ochiul liber.[4]

1.3. Controlul

Impunând precizie şi rigoare, operațiile precedente sunt ele însele obiectul unui control ulterior, cu privire la proprietățile metalogice ale sistemului deductiv, care rezultă din activitatea de axiomatizare. Se ştie că exigența de control nu a apărut în mod clar decât odată cu turnantul anilor '30, cu *metamatematica* lui Hilbert[5] şi reluarea acesteia în câmpul logicii de către Lesniewski.[6]

De acum încolo, această exigență metalogică se exprimă, în cazul unui sistem formal dat,[7] prin demonstrația:

– consistenței;[8]

[4] B. Russell, *Histoire de mes idées philosophiques*, tr. fr. G. Auclair, Paris, Gallimard, 1959, cap. XI, pp. 165-166.

[5] «Axiomatisches Denken», *Mathematische Annalen*, nr. 78, 1918, pp. 405-415.

[6] Împotriva autorilor *Principia Mathematica*, Stanislaw Lesniewski a distins în mod clar nivelul limbajului logic de cel metalogic, al regulilor de utilizare; cf. *Sur les fondements de la mathématique*, trad. fr. de G. Kalinowski, Paris, Hermès, 1989, din *O Podstawach Matematyki*, 1927-1931. Această perspectivă a fost precizată de elevul său Alfred Tarski în prelegerea sa din 1930: «Sur quelques concepts fondamentaux de la métamathématique», *A. Tarski, Logique, sémantique, métamathématique*, trad. fr. G.G. Granger (dir.), Paris, A. Colin, Vol. 1, 1972, cap. III, pp. 35-43.

[7] Asupra proprietăților metalogice ale sistemelor logice standard, v. cartea noastră *Introduction à la logique standard*, Paris, Flammarion, 2001, § 1.3.5, 2.4, 3.3.4.

– completudinii;[9]
– decidabilității;[10]
– independenței axiomelor;[11]
– economiei ideilor şi a propozițiilor primitive ale acestuia.[12]
Astfel se asigură coerența logică a sistemului formal şi simplitatea sa teoretică.

1.4. Procesul cunoaşterii

Tocmai am definit în mod cursiv activitatea de axiomatizare la un triplu nivel, al expresiei, al conținutului şi al controlului; mai rămâne totuşi de determinat rolul şi locul acesteia în procesul complet al cunoaşterii. În mod general şi schematic, descriem acest proces prin patru operații:

– prima este aceea a recolecționării datelor empirice şi a recenziei cunoştințelor preteoretice asupra fenomenului pe care-l studiem;[13]

– a doua este aceea a *teoretizării* propriu-zise, unde se elaborează descrierea, analiza şi explicația conceptuală a fenomenului;[14]

---

[8] Un sistem care conține negația nu poate da naştere în acelaşi timp unei propoziții şi negației acesteia. În mod general, un sistem este consistent dacă nu permite demonstrarea oricărei formule bine formate. Logicile paraconsistente slăbesc această exigență.

[9] Această proprietate asigură corespondența între demonstrația sintactică şi validitatea semantică.

[10] Se ştie că logica relațiilor nu mai este în mod general decidabilă; v. cartea noastră *Introduction à la logique standard*, § 3.3.4.3.

[11] Această exigență este doar de tip euristic. O metodă constă în a testa, de exemplu prin reducere la absurd, dacă o axiomă dată este demonstrabilă, plecându-se de la celelalte. În perspectiva sa universalistă, Russell nu putea să admită o astfel de metaprocedură: „deoarece toate axiomele noastre sunt principii de deducție; şi dacă sunt adevărate, consecințele care par să decurgă din utilizarea unui principiu opus nu vor decurge efectiv, astfel încât argumentele bazate pe falsitatea unei axiome sunt aici pricina unor erori particulare", *Principles of mathematics*, Londra, Allen & Unwin, 1903, §17, p. 15.

[12] Adeseori economia teoretică nu se acordă cu economia practică. Astfel Russell, în a doua ediție, s-a ferit să rescrie *Principia mathematica*, atunci când a descoperit că axiomatica se putea simplifica prin recurgerea la un singur operator de incompatibilitate a lui Sheffer şi cu unica axiomă corespunzătoare a lui Nicod, cf. *Introduction à la logique standard*, § 1.3.1.3.

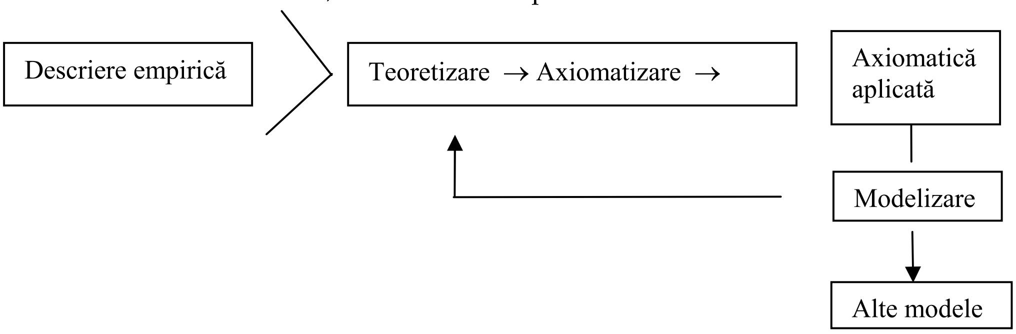
[13] S-ar putea concepe o axiomatică ca un joc pur formal, combinatoriu şi arbitrar. În perspectiva noastră, a unei operații de *axiomatizare* a unei teorii, plecăm de la o cercetare empirică inițială: „Orice gândire efectivă presupune aplicarea gândirii abstracte unei intuiții", J. Cavaillès, *Méthode axiomatique et formalisation*, Paris, Hermann, 1981, p. 92.

[14] O *teorie* este compusă dintr-un ansamblu de *semne* cu funcție de descriere şi de explicare a unui tip specificat de fenomene şi de obiecte. În acest sens o logică nu este o teorie. Înțeleasă ca joc de manipulare de *simboluri*, aceasta nu se ocupă decât de *activități* operatorii. Calculul propozițional tratează despre *validitate*, iar nu despre *adevăr*, iar propozițiile acestuia sunt lipsite de conținut. Calculul predicatelor elaborează proceduri universale de obiectivitate (criteriu de angajare ontologică), dar nu impune niciun conținut obiectiv particular (alegerea unei ontologii).

– a treia este efectiv aceea de *axiomatizare* a teoriei produse, conform triplei dimensiuni descrise mai sus;

– în fine, a patra este aceea a *modelizării*. Se ştie într-adevăr că o axiomatică dată poate admite mai multe modele care furnizează interpretări diferite. De exemplu, axiomatica şi aritmetica lui Peano poate suporta şi alte interpretări în afara celor obişnuite.[15] Este important de remarcat că teoria axiomatizată poate admite ca model teoria inițială, tot aşa cum era pentru axiomatica lui Peano aritmetica „naivă" uzuală. Avem în aces caz un retur formal care validează orice proces de cunoaştere.

În mod schematic, vom rezuma etapele în felul acesta:



2. Axiomatica

După ce am caracterizat activitatea de axiomatizare şi locul acesteia în procesul de cunoaştere, este necesar să precizăm ce va rezulta: o axiomatică. Amintim deci în mod succint structura unei teorii axiomatizate.

2.1. Structura unei axiomatici

Sub formă axiomatică, un sistem formal se prezintă în *mod clasic* ca un stoc de idei şi de propoziții primitive, pe cât posibil limitat, căruia i se adaugă reguli de definire explicită a ideilor derivate, de bună formare a fomulelor şi de transformare deductivă a aceloraşi formule. Aplicarea unor reguli asupra stocului inițial permite naşterea unei potențiale infinități de teoreme. Aşa cum s-a văzut deja, coerența, simplitatea şi productivitatea unui astfel de sistem axiomatic sunt controlate de meta-reguli.

[15] Această axiomatică cuprinde trei idei primitive (zero, numărul întreg, succesorul imediat) şi cinci propoziții primitive, *cf.* Peano: „Există o infinitate de sisteme care satisfac toate propozițiile primitive. De exemplu, acestea sunt toate verificate dacă se înlocuieşte numărul 1 şi 0 prin alt număr decât 0 şi 1. Toate sistemele care satisfac propozițiile primitive sunt într-o corespondență unu-unu cu numerele. Numărul este ceeea ce se obține prin abstractizare din toate sistemele; altfel spus, numărul este sistemul care are toate proprietățile enunțate în propozițiile primitive şi doar acestea", *Formulaire de mathématiques*, Turin, vol. 1, 1899, p. 30.

2.2. Axiomatica pură/aplicată

Ceea ce tocmai a fost descris este valabil mai întâi pentru toate prezentările axiomatice ale sistemelor formale logice. Astfel de sisteme constitue axiomatici *pure* prin faptul că nu integrează nici idei, nici propoziții primitive relevând o teorie specificată, care să vizeze descrierea şi explicarea unui domeniu particular de obiecte. Astfel axiomatica calculului propozițional elaborată de Lukasiewicz în 1924 este o axiomatică pură;[16] în schimb, axiomatica aritmeticii a lui Peano constituie o axiomatică aplicată, în măsura în care acest sistem formal şi axiomatizat ține de o *teorie*, chiar dacă aceasta nu este empirică: aceea a aritmeticii care admite drept obiecte numerele întregi naturale. Conform acestei definiții, se întâmplă la fel în geometrie, în măsura în care orice geometrie, oricât ar fi ea de formalizată, este efectiv teoria unui tip particular de obiecte.[17]

Invers, o axiomatică pură este valabilă ca instrument formal *universal*, altfel spus, potențial aplicabilă oricărei teorii care dă socoteală de un tip particular de obiecte.[18] Astfel, orice axiomatizare a unei teorii particulare, fie că priveşte obiecte abstracte sau empirice, produce o axiomatică aplicată, care adaugă idei şi propoziții primitive nucleului logic pur, ce țin în mod specific de domeniul obiectelor studiate.

2.3. Axiomatica bipolară

Am prezentat în mod parțial mai sus forma „clasică" a unei axiomatici pure. Dar dacă reflectăm mai bine, această formă este incompletă, efectiv „hemiplegică". Într-adevăr, această formă „clasică" nu ia în considerare decât axiomele, adică propozițiile inițiale care, din motive diverse, sunt inițial *acceptate*. Dar aceasta înseamnă să uităm că, dacă o judecată posedă un pol pozitiv, exprimând ceea ce acceptăm şi asertăm, aceasta posedă de asemenea un pol negativ compus din ceea ce este respins şi negat. Şi într-adevăr, procesul de cercetare teoretizantă se fondează la fel de bine – şi poate chiar în mai mare măsură – pe ceea ce vrem să respingem decât pe ceea ce vrem să acceptăm. Astfel, pentru a fi completă, o axiomatică trebuie să se construiască într-o manieră *bipolară*[19] prin dedublarea alegerii axiomelor şi a regulilor.

---

[16] Aceasta admite drept idei primitive negația şi condiționalul, plus trei axiome.

[17] Nu ignorăm faptul că unii vorbesc de geometrie „pură" cu referire la geometria sistematizată şi axiomatizată. În mod riguros, trebuie să se vorbească de „axiomatică formală" (prin opoziție cu *materială*), *cf.* S.C. Kleene, *Logique mathématique*, Paris, A. Colin, 1971, §36, pp. 200-201.

[18] „Logica se distinge în mod global prin faptul că propozițiile ei pot fi formulate astfel încât acestea se pot aplica la orice", B. Russell, *Mysticisme et logique*, *op. cit.* p. 88.

[19] Se ştie că Wittgenstein propusese o notație *ab* bipolară pentru propozițiile elementare bazată pe ideea conform căreia: „înțelegem o propoziție *dacă* ştim *în acelaşi timp* ce s-ar întâmpla dacă aceasta ar fi *falsă* şi dacă ar fi adevărată", cf. *Carnets*, *1914-1916*, trad. fr. G.G. Granger, Paris, Gallimard, 1971, App. III, p. 224.

Influențat de Twardowski,[20] Lukasiewicz a propus la începutul anilor '30 o definiție logică a conceptului de respingere (sau negare) şi, cu ajutorul elevului său Slupecki, a elaborat o axiomatizare bipolară a silogisticii tradiționale,[21] care se poate rezuma astfel:

Termeni:		
primitivi:	*Aab*, *Iab*	
definiți:	*Eab*, *Oab*	
ASERȚIUNE		RESPINGERE
Axiome:		
AA1:	$\vdash A(a = a)$	AR1: $\dashv (Acb - Aab) \rightarrow Iac$
AA2:	$\vdash I(a = a)$	
AA3:	$\vdash (Abc - Aab) \rightarrow Aac$	
AA4:	$\vdash (Abc - Iba) \rightarrow Iac$	
Reguli:		
Detaşare:		
DA		DR
Substituție:		
SA		SR
		SRR Regula de substituție a lui Slupecki

O astfel de axiomatică poate genera teoreme plecând de la axiome asertate şi „contra-teoreme" plecând de la axiome negate. Dezvoltat astfel, în mod bipolar, câmpul deductiv se dovedeşte complet, căci acoperă la fel de bine ceea ce se acceptă ca şi ceea ce se respinge.

Bipolaritate deductivă

Aserțiune $\vdash$T

LS

Respingere $\dashv\perp$

[20] Kazimierz Twardowski adoptă concepția lui Brentano conform căreia judecata nu pune în relație două reprezentări, ci raportul intențional dintre conştiință şi obiectul acesteia. A judeca în acest caz înseamnă *a accepta* sau *a refuza* existența obiectului prezentat.

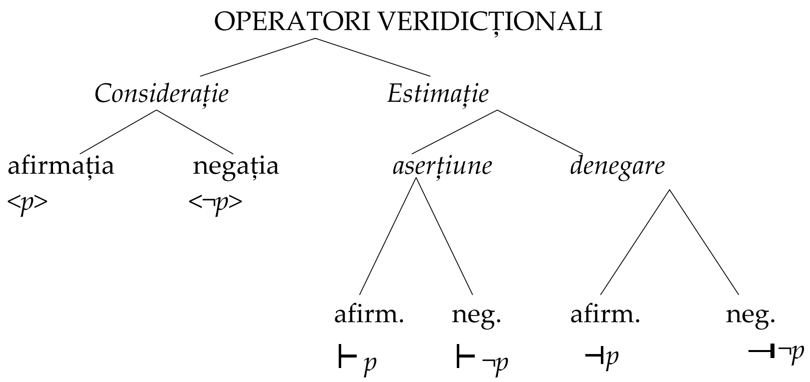
[21] Pentru o prezentare a genezei sistemului Lukasiewicz-Slupecki, *cf.* articolul nostru «La genèse logique du concept de dénégation de Frege à Slupecki», *La Philosophie en Pologne, 1918-1939*, R. Pouivet & M. Rebuschi, Paris, Vrin, 2006, pp. 151-178.

3. Axiomatizarea pragmaticii "veridicționale"

Cu scopul de a evalua aportul și virtuțile activității de axiomatizare pe un exemplu precis, vom examina cazul axiomatizării pragmaticii actelor veridicționale.

3.1. Teoria pragmatică a veridicției

Pragmatica veridicțională rezultă dintr-o teoretizare a procedurilor de limbaj prin care un locutor se angajează sau nu asupra adevărului a ceea ce spune. Fără a intra în detalii,[22] amintim că am propus o teorie pragmatică care distinge între un act de simplă *considerare* a conținutului propozițional fără niciun fel de angajare a locutorului și un act contrar de *estimare*, adică de angajare. Această angajare poate fi pozitivă, de acceptare, de *asertare*, sau negativă, de refuz, de *negare*.[23] Ansamblul actelor veridicționale se organizează în acest caz astfel:



Teoria pragmatică constă în definirea naturii fiecăruia dintre aceste acte și a condițiilor de reușită ca și de satisfacție a acestora. Recursul la instrumentul logic și la capacitățile acestuia de axiomatizare permite, așa cum am indicat, precizarea fiecărei definiții a acestor acte și mai ales specificarea relațiilor lor logice, asigurând în plus sistematicitatea și exhaustivitatea analizei.

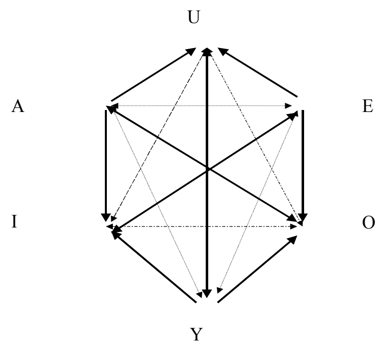
3.2. Hexagonul alternativ

În mod evident, relațiile logice dintre actele veridicționale funcționează conform unui joc de „opoziție". Pentru a formaliza acest joc, am recurs la hexagonul lui Augustin

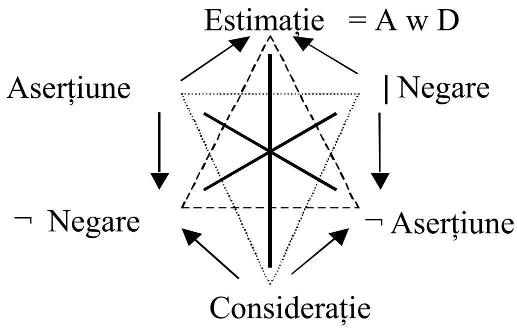
22 Cf. *Discours et vérité,* Paris, Vrin, 2009.

23 Aserțiunea și negarea, care sunt operații ilocutorii de natură pragmatică, nu se confundă cu operațiile pur logice de *afirmație* sau *negație* a conținutului propozițional.

Sesmat, care completează careul lui Apuleus, numit al "opozițiilor", ajutând la tradiționalele poziții A, E, I, O şi vârfurile U şi Y.[24]



Conform intuiției pragmatice, am interpretat U ca fiind *estimația* care, în sensul disjuncției excluzive, propune o alternativă între A, Asertiunea şi E, Negarea. Cât despre Y, contradictoriul lui U, acesta corespunde simplei Considerații şi, *sub constrângerea de incompatibilitate dintre A şi E*, este definibil drept conjuncția dintre ¬A et ¬E.



Mai rămâne deci de construit o axiomatică care să dea socoteală de toate relațiile logice dintre diferitele vârfuri ale hexagonului.[25]

3.3. Axiomatizarea actelor veridicționale

Actele veridicționale A, E, I, O, U, Y sunt *operatori pargmatici* care exprimă atitudinea veridicțională a locutorului relativ la conținutul propozițional a ceea ce spune. Deci pot fi

[24] Cu toate că nu pare organizată, analiza lui Sesmat se devedeşte în mod remarcabil sistematică, cf. *Logique*, Paris, Hermann, 1951, V. 2, § 117 & 128.

[25] În anexa cărții *Discours & vérité*, prezentăm o axiomatizare a hexagonului alternativ şi de asemenea a operatorilor veridicționali, pe care le expunem în mod succint aici.

considerați ca nişte operatori propoziționali; de exemplu, AP înseamnă asertarea lui P şi EQ negarea lui Q etc. (P, Q fiind meta-variabile de propoziții, simple sau complexe).

Analiza funcționării logice a acestor acte trece printr-o axiomatică care permite definirea riguroasă a relațiilor lor sistematice. Am construit astfel o axiomatică care consideră drept idei primitive operațiile de aserțiune şi de negare, şi care se poate rezuma astfel:

IDEI PRIMITIVE: A (aserțiune)
E (negare)

DEFINIȚII:

D1	$\mathrm{I}P =_{\mathrm{Df}} \neg\mathrm{A}\neg P$	(non-aserțiune)
D2	$\mathrm{O}P =_{\mathrm{Df}} \neg\mathrm{E}\neg P$	(non-negare)
D3	$\mathrm{U}P =_{\mathrm{Df}} \mathrm{A} \le \mathrm{E}$	(estimație)
D4	$\mathrm{Y}P =_{\mathrm{Df}} \neg\mathrm{U}$	(considerație)

AXIOME:

AX1	$\vdash (\mathrm{A}P \rightarrow P)$	(Axiomă de asertabilitate)[26]
AX2	$\vdash \{[\mathrm{A}(P \rightarrow Q) \circ \mathrm{A}P] \rightarrow \mathrm{A}Q\}$	(Principiu de aserțiune)[27]

REGULI DE TRANSFORMARE:

PRIMITIVE:

R0	SUBSTITUȚIE	notată SUB. P/Q
R1	$\vdash P \Rightarrow\ \vdash \mathrm{A}P$[28]	

DERIVATE:

R2	$\vdash (P \rightarrow Q) \Rightarrow\ \vdash (\mathrm{A}P \rightarrow \mathrm{A}Q)$
R3	$[\vdash \mathrm{A}(P \rightarrow Q) \circ \vdash \mathrm{A}P] \Rightarrow\ \vdash \mathrm{A}Q$ (*Modus Ponens*)
R4	$[\vdash \mathrm{A}(P \rightarrow Q) \circ \vdash \mathrm{E}Q] \Rightarrow\ \vdash \mathrm{E}P$ (*Modus tollens*)
R5	$\vdash (P \rightarrow Q) \Rightarrow\ \vdash (\mathrm{A}P \rightarrow \mathrm{A}Q)$ (Regulă de extensionalitate).

O astfel de axiomatică mobilizează toate resursele logicii formale standard şi în particular regulile sale uzuale de transformare.[29] Dar este vorba efectiv de o axiomatică

[26] Această *axiomă de asertabilitate* (care corespunde la nivel formal axiomei de necesitate) nu afirmă nimic altceva decât că asertând P, locutorul se angajează asupra adevărului lui P. Ceea ce nu înseamnă că P este adevărat, ci că *este considerat ca fiind adevărat* în lumea discursivă propusă de locutor. Pentru o tratare semantică, cf. *Discours et vérité*, cap. VI.

[27] Alegerea acestei axiome vine din preocuparea noastră pragmatică, pentru că corespunde în mod structural „principiului de aserțiune" al lui Russell. Sensul ei nu trebuie totuşi confundat aici cu cel al lui *Modus ponens*.

[28] Scrierea $\vdash P$ înseamnă, în această axiomatică, că formula P este o *teză* a sistemului şi „$\vdash$" este metasimbolul pentru *derivabilitate*.

[29] Se întâmplă la fel pentru regulile de bună formare a formulelor, pe care le lăsăm aici implicite pentru a simplifica expunerea.

aplicată, în măsura în care aceasta introduce operatori de natură pragmatică şi efectuează o alegere inițială de axiome care guvernează utilizarea *efectiv pragmatică* a aserțiunii, în măsura în care A*P* înseamnă asertarea lui *P* de către un locutor, altfel spus faptul că un locutor se angajează asupra *adevărului* lui *P*, ceea ce bineînțeles diferă *toto cœlo* de aserțiunea logică a lui *P*: notată aici „$\vdash P$"; aceasta înseamnă că propoziția *P* este *validă* în sistemul formal considerat. Operând simbolizarea şi formalizarea teoriei inițiale, această axiomatică garantează în planul expresiei caracterul explicit şi univoc al conceptelor pragmatice aflate în joc.

În planul conținutului, aceasta asigură sistematicitatea şi exhaustivitatea analizei. Ea impune considerarea drept acte veridicționale nu doar a aserțiunii şi a negării, ci şi a negațiilor lor, şi de asemenea, a actelor de estimare şi de simplă considerare. De asemenea, aceasta necesită demonstrația formală a totalității relațiilor posibile, din punct de vedere logic, între concepte.[30] Pentru a nu da decât un singur exemplu, este uşor de demonstrat ceeea ce am numit legea lui Russell,[31] care afirmă că „Dacă *p* este negată, non *p* trebuie asertată", scrisă sub formă simbolică ($\mathrm{E}p \rightarrow \mathrm{A}\neg p$):

1 $p \mid \neg p$	Condiție
2 $\mathrm{E}p \mid \mathrm{E}\neg p$	Applicarea lui E în 1
3 $\mathrm{E}\neg p \mid \mathrm{E}p$	2, Comutativitate
4 $\mathrm{A}p \mid \mathrm{E}p$	Aplicarea lui T2 asupra lui *p*[32]
5 $\mathrm{E}p \mid \mathrm{A}p$	4, Comutativitate
6 $(\mathrm{E}\neg p \rightarrow \neg\mathrm{E}p) \circ (\mathrm{E}p \rightarrow \neg\mathrm{E}\neg p)$	3, Df. Incompatibilitate
7 $(\mathrm{E}p \rightarrow \neg\mathrm{A}p) \circ (\neg\mathrm{E}p \rightarrow \mathrm{A}p)$	5, Df. Incompatibilitate
8 $\mathrm{E}\neg p \rightarrow \neg\mathrm{E}p$	6, Elim. Conjuncție
9 $\neg\mathrm{E}p \rightarrow \mathrm{A}p$	7, Elim. Conjuncție
10 $\mathrm{E}\neg p \rightarrow \mathrm{A}p$	8, 9, Tranzitivitate
11 $\mathrm{E}\neg\neg p \rightarrow \mathrm{A}\neg p$	10 Sub $p/\neg p$
12 $\mathrm{E}p \rightarrow \mathrm{A}\neg p$	11 dublă neg. *CQFD*.

În planul controlului, această axiomatică răspunde exigențelor metalogice obişnuite. Astfel, în măsura în care este echivalentă din punct de vedere logic cu sistemul modal *T*

[30] Hexagonul cuprinde 15 relații (dintre care 9 sunt simetrice, dacă exceptăm contrapozițiile subalternelor); contrapoziția este tot implicația, dar de la dreapta la stânga (*N. trad*.).

[31] *Cf. Discours et vérité*, cap. 1.

[32] Stipulând că A şi E sunt incompatibile, această teoremă aparține axiomaticii noastre a hexagonului alternativ, care examinează relațiile dintre A, E, I, O, U, Y, *cf*. Anexa din *Discours et vérité*.

al lui Robert Feys,[33] aceasta posedă meta-proprietățile de consistență, completitudine şi decidabilitate.[34]

3.4. Axiomatica bipolară a actelor veridicționale

Aşa cum am prezentat-o, axiomatica noastră păstrează o formă clasică prin faptul că nu face să apară decât axiomele admise şi, prin urmare, teoremele pe care le putem deduce. Dar pentru că este la fel de important la nivel pragmatic *ceeea ce respingem* ca şi ceea ce acceptăm, trebuie să propunem o prezentare *bipolară*, care permite la fel de bine demostrația a ceea ce respinge – contra-teoremele, ca şi a ceea ce admite – teoremele. De unde necesitatea de a-i adăuga următoarele:

Contra-axiomă:

CAX1 $\dashv(\neg \mathrm{A}P \to \neg P)$ (contra-axiomă a negației)

Contra-reguli de transformare:

CR0 substituție notată CSub. P/Q

CR1 $[\vdash \mathrm{A}(P \to Q)\ ^{\circ}\ \dashv \mathrm{A}Q] \Rightarrow\ \dashv \mathrm{A}P$ (detaşare)

CR2 $\{[\ \dashv(\alpha \to \Gamma)\ ^{\circ}\ \dashv(\beta \to \Gamma)] \Rightarrow\ \dashv[\alpha \to (\beta \to \Gamma)]\}$[35]

Se dispune în acest caz de o axiomatică completă a teoriei pragmatice a actelor veridicționale. Explicită, univocă, sistematică şi exhaustivă, această axiomatică permite o evaluare precisă a teoriei de origine, atât a premiselor cât şi a consecințelor ei, la fel de bine prin ceea ce admite cât şi prin ceea ce respinge. Pentru a arăta interezul teoretic al acestei posibilități, să ne oprim în final la un caz precis de teoremă şi de contra-teroemă.

Dintr-un punct de vedere pur teoretic, miza este aceea a iterației operatorului de aserțiune. Este uşor de demonstrat în axiomatica noastră implicația de la stânga la dreapta. Într-adevăr, se obține teorema 11 plecându-se de la axioma 1 printr-o simplă substituție:

TG11 $\vdash(\mathrm{AA}P \to \mathrm{A}P)$

1 $\mathrm{A}P \to P$ AX1

2 $\mathrm{AA}P \to \mathrm{A}P$ Sub. $P/\mathrm{A}P$

---

33 Robert Feys, «Les logiques nouvelles des modalités», *Revue Néoscolastique de Philosophie*, nr. 40, 1937, pp. 517-553, nr. 41, 1938, pp. 217-252. Acest sistem se bazează pe axioma necesității (L*p* ◎◎*p*) şi axioma L(*p* ◎◎*q*) ◎ (L*p* ◎ L*q*), care corespunde în axiomatica noastră teoremei generale 9.

34 Pentru o prezentare a sistemului *T* şi o demonstrație a consistenței, completudinii şi decidabilității, *cf.* G.E. Hughes & M.J. Cresswell, *An Introduction to Modal Logic*, cap. 2, pp. 22-42, 82-104.

35 ◎ şi ◎ reprezintă propoziții simple, iar ◎◎propoziții elementare condiționale. Este contra-detaşarea lui Slupecki.

În schimb, pentru a demonstra contra-terorema 1, care utilizează implicația de la dreapta la stânga, trebuie demonstrată mai întâi teorema generală 8 a contrapoziției:

TG8	$\vdash [(\mathrm{A}P \rightarrow \mathrm{A}Q) \equiv (\neg \mathrm{A}Q \rightarrow \neg \mathrm{A}P)]$	
$(P \rightarrow Q) \equiv (\neg Q \rightarrow \neg P)$		Tautologie
$(\mathrm{A}P \rightarrow \mathrm{A}Q) \equiv (\neg \mathrm{A}Q \rightarrow \neg \mathrm{A}P)$		Sub. $P/\mathrm{A}P$; $Q/\mathrm{A}Q$.

Contra-teorema generală 1 se obține astfel:

CTG1	$\dashv(\mathrm{A}P \rightarrow \mathrm{AA}P)$	
1	$\dashv(\neg \mathrm{A}P \rightarrow \neg P)$	CAX1
2	$\vdash [(\mathrm{A}P \rightarrow \mathrm{A}Q) \equiv (\neg \mathrm{A}Q \rightarrow \neg \mathrm{A}P)]$	TG8
3	$\vdash [(\mathrm{A}P \rightarrow \mathrm{A}\mathrm{A}P) \equiv (\neg \mathrm{A}\mathrm{A}P \rightarrow \neg \mathrm{A}P)]$	2, CSub. $Q/\mathrm{A}P$
4	$\dashv(\neg \mathrm{AA}P \rightarrow \neg \mathrm{A}P)$	1, CSub. $P/\mathrm{A}P$
5	$\vdash \{[(\mathrm{A}P \rightarrow \mathrm{AA}P) \rightarrow (\neg \mathrm{AA}P \rightarrow \neg \mathrm{A}P)]$ $[(\neg \mathrm{AA}P \rightarrow \neg \mathrm{A}P) \rightarrow (\mathrm{A}P \rightarrow \mathrm{AA}P)]\}$	3, Df. bicondițional
6	$\vdash [(\mathrm{A}P \rightarrow \mathrm{AA}P) \rightarrow (\neg \mathrm{AA}P \rightarrow \neg \mathrm{A}P)]$	5, Elim. conjuncției
7	$\dashv(\mathrm{A}P \rightarrow \mathrm{AA}P)$	6, 4 CR1.

Astfel, am demonstrat logic că nu există echivalență între aserțiune şi redublarea acesteia. Se ştie că o astfel de echivalență nu este posibilă decât într-un sistem formal de putere egală cu sistemul modal *S4*, iar nu într-un sistem atât de slab ca T.[36] Un astfel de rezultat nu este deci cu nimic surprinzător şi nici remarcabil. Cu toate acestea, el posedă un interes pragmatic determinant, prin aceea că ia poziție cu privire la interpretarea interației aserțiunii.

Din punct de vedere strict pragmatic, este într-adevăr necesar să nu se confunde sau să se asimileze aserțiunea şi iterația acesteia. A*p* simbolizează aserțiunea lui *p* de către un locutor.[37] Locutorul se angajează asupra adevărului conținutului propoziției *p*. De exemplu, atunci când acesta enunță: „Plouă". Dimpotrivă, AA*p* simbolizează operația care are drept efect retoric *întărirea* gradului de putere a aserțiunii inițiale. În limba naturală, acest fapt se exprimă de exemplu prin faptul că locutorul enunță de această dată: „Eu afirm că plouă". La nivel pragmatic, ambele acte diferă în mod evident, primul fiind doar o simplă *aserțiune*, adevărată sau falsă, iar al doilea un act de natură meta-

[36] *Cf.* G.E. Hughes & M.J. Cresswell, *An Introduction to Modal Logic*, pp. 43-44.

[37] O formalizare mult mai sofisticată este posibilă când se integrează locutorul; avem în acest caz $\mathrm{A}_a p$, *cf.* cartea noastră *Discours & vérité*, cap. VI.

discursivă, mai precis un *expozitiv*,[38] care sub această formă nu poate să nu fie adevărat, din momentul în care a fost efectuat: „Fraza 'Este cazul că afirm că plouă' are în mod evident o valoare de adevăr diferită de fraza 'Plouă' (prima poate fi adevărată, fără ca cea de-a doua să fie)”.[39]

Dacă se admite această distincţie conceptuală[40], se înțelege că implicația poate să fie valabilă de la stânga la dreapta, pentru că dacă se afirmă o propoziție, nu este posibil să nu fie asertată, angajamentul meta-discursiv fiind mai tare decât simpla aserțiune. În schimb, o simplă aserțiune nu implică în mod necesar o angajare mai tare. De unde se vede că faptul de a *respinge* implicația de la dreapta la stânga explicitează o întreagă tematizare şi o conceptualizare de natură pragmatică.[41]

3.5. Modelizarea

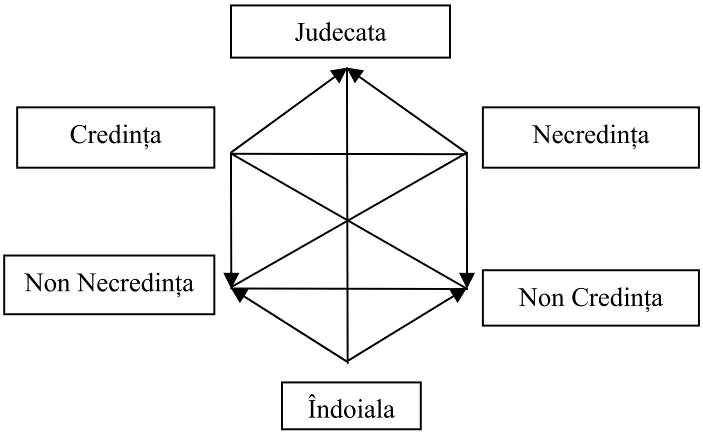
Aşa cum am văzut deja, o axiomatică aplicată înțeleasă ca sistem formal poate accepta mai multe modele. Primul model care ne vine în minte este, bineînțeles, teoria care se află la originea axiomatizării. Astfel axiomatica noastră aplicată admite ca model teoretizarea pragmatică a actelor veridicționale. Dar şi alte modele pot fi concepute. În cazul nostru, axiomatica furnizează *o structură formală* care funcționează nu numai în cazul actelor de discurs, ci şi în cazul stărilor mentale care le sunt asociate. Astfel, se obține hexagonul următor care exprimă relațiile logice între corespondenții doxastici ai actelor veridicționale:

[38] Pentru o definiție precisă, cf. *Discours & vérité*, cap. IV, §2.1, unde procedăm la o analiză a meta-discursivelor înțelese ca acte specifice de discurs.

[39] *Cf.* K.-O. Apel, *Le Logos propre au langage humain*, trad. fr. M. Charrière & J.-P. Cometti, Paris, Éd. de L'Éclat, 1994, p. 43.

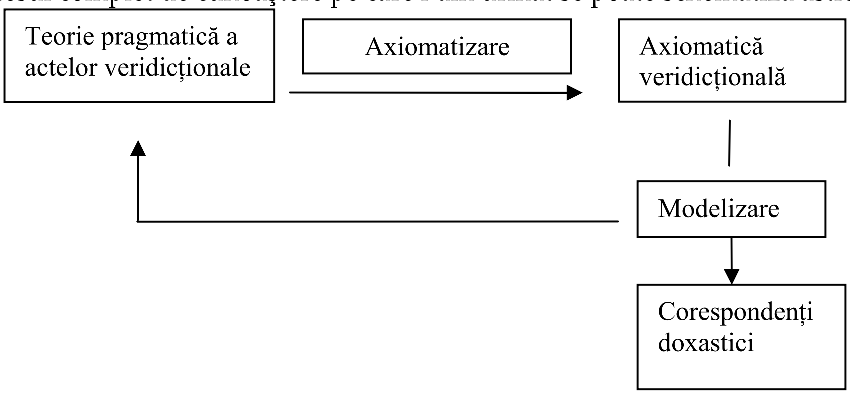
[40] Ceea ce nu face Searle care ignoră specificitatea metadiscusivă şi confundă în mod nepermis "Eu afirm că plouă"cu un enunț asertif; cf. *Sens & expression*, trad. fr. J. Proust, Paris, Éd. de Minuit, 1982, p. 61.

[41] Daniel Vanderveken, care a formalizat teoria lui Searle, recurge la un sistem echivalent sistemului modal *S5*; cf. *Meaning and Speech Acts*, vol. 1, *Principles of Language Use*, vol. 2, *Formal Semantics of Success and Satisfaction*, Cambridge University Press, 1990, 1991.



Judecata, care este o angajare veridicțională exprimată prin Aserțiune sau Negare, se sprijină fie pe o atitudine de Credință, fie de Necredință. Îndoiala, înțeleasă ca stare mentală, corespunde poziției neutre, de suspensie care ține de simpla Considerație: în acelaşi timp non-credință şi non-necredință.

Teoria actelor veridicționale şi teoria stărilor mentale se dovedesc astfel două modele izomorfe, ținând de o aceeaşi arhitectură axiomatică. Tot aşa cum a permis pentru actele de discurs, această arhitectură formală permite clarificarea şi sistematizarea teoriei actelor mentale. Pentru nu a da decât un exemplu, aceasta stabileşte în mod logic că este necesar, contrar a ceea ce facem prea des, să nu se confunde necredința (fr. *incroyance*, engl. *disbelief*) care ține de negare, cu non-credința, care ține de non-aserțiune.[42] În final, procesul complet de cunoaştere pe care l-am urmat se poate schematiza astfel:



Astfel, construcția axiomatică furnizează o structură relațională abstractă, care poate admite mai multe modele izomorfe, aplicând structura formală asupra unor obiecte de natură diferită – actele veridicționale şi corespondentele lor doxastice.

[42] Asupra acestei distincții importante, cf. *Discours et vérité*, cap. I & VII.

Concluzie

Dacă se consideră axiomatizarea nu ca un simplu joc formal, care n-ar avea decât o valoare expozitivă, ci ca o activitate de formalizare şi de sistematizare a unei teorii prealabile, aceasta apare ca une fel de *ars inveniendi* care, compunând etapa crucială a procesului de cunoaştere, îi garantează abstracția, generalitatea, sistematicitatea şi exhaustivitatea, şi de asemenea eventuala sa extindere la alte domenii de obiecte, prin punerea în corespondență a unor modele inedite.

Se ştie în prezent că un sistem formal se poate lipsi complet de axiomatizare; cu toate acestea, aşa cum am arătat pe un exemplu precis, procedura de axiomatizare a unei teorii particulare prezintă virtuți incomparabile, care permit să o expliciteze, să o sistematizeze şi, în ultimă instanță, să-i evalueze pertinența conceptuală.

Axiomatizarea finalizează astfel dinamismul procesului de cunoaştere, punându-i marca necesității.

Traducere de Ion Vezeanu